

บทที่ 2

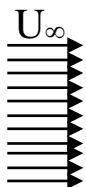
วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องนี้มีความเกี่ยวข้องกับการเกิดแรงขับที่เกิดจากการรวมแรงระหว่างแรงต้านและแรงยกตัวเนื่องจากของไหลซึ่งเป็นพื้นฐาน Magnus Effect โดยทั่วไปพฤติกรรมนี้จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีองค์ประกอบหลัก 2 ส่วน ส่วนแรกเกิดขึ้นจากของไหลที่มีความเร็วไหลผ่านวัตถุและอีกส่วนนั้นคือ วัตถุมีสภาพการเคลื่อนที่แบบหมุน (Magnus, 1853) โดยวัตถุที่ของไหลไหลผ่านสามารถเป็นไปได้ทั้งทรงกลม (sphere) ทรงกระบอก (cylinder) ทรงกากบาท (cross cylinder) และการประกอบกันระหว่างทรงกระบอกกับทรงแพนอากาศหรือ “airfoil” กลายเป็นรูปทรงประกอบ (compound strut) (Thom, 1934) ซึ่งแต่ละรูปทรงจะมีผลทำให้พฤติกรรมของของไหลและประสิทธิภาพของแรงผลักหรือแรงในแต่ละองค์ประกอบที่แตกต่างกันไปตามภาพที่ 2.1 ซึ่งแสดงลักษณะรูปทรงพื้นฐานที่ Thom (1934) ทดลองเพื่อใช้ในการออกแบบปีกเครื่องบินโดยภาพที่ 2.1 (ก)-(ค) เป็นรูปร่างรูปทรงที่เกี่ยวข้องซึ่งวัตถุอยู่ในสภาวะที่เคลื่อนที่แบบหมุนด้วยความเร็วการหมุนสูงสุดอยู่ที่อัตราการหมุนไร้หน่วย (α : spin ratio) ซึ่งเป็นค่าสัดส่วนระหว่างความเร็วในแนวผิวสัมผัส ($\frac{\omega D}{2}$) เทียบกับความเร็วของการไหลที่ระยะไหลเข้ามาจากระยะไกล (U_∞) ที่ 1.8

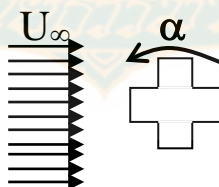
เมื่อ ω คือ ความเร็วเชิงมุม, rad/s

D คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม, m

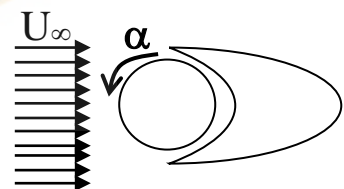
U_∞ คือ ความเร็วของการไหลจากระยะไกล, m/s



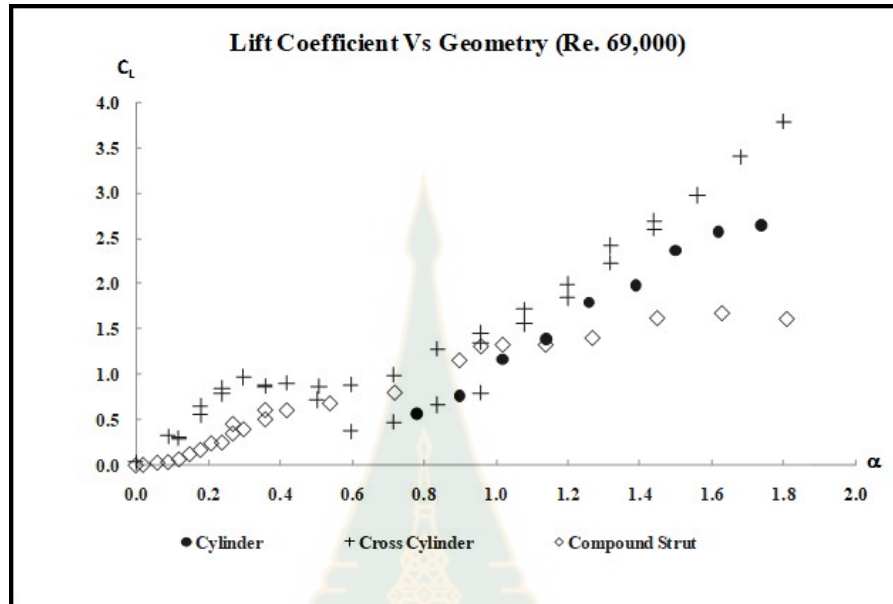
(ก)



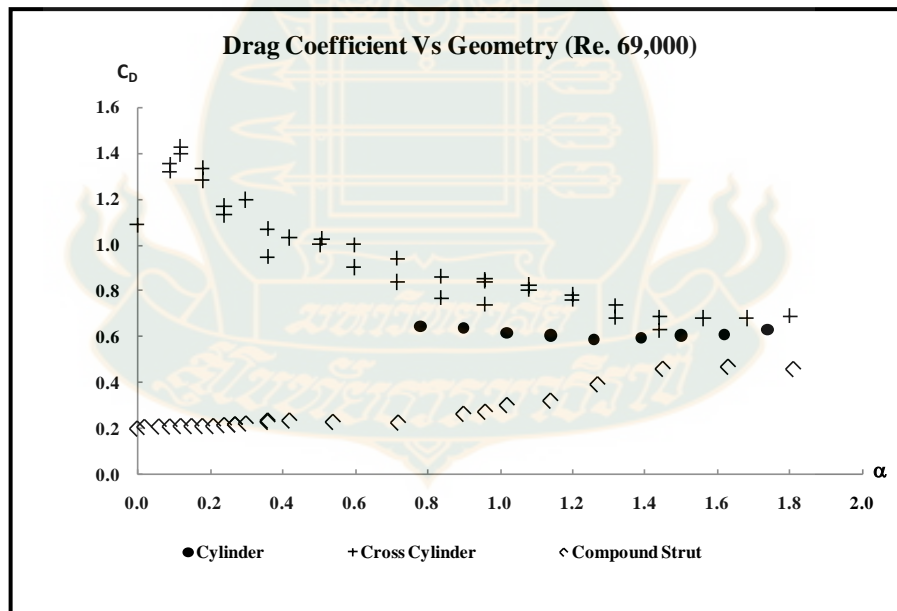
(ข)



(ค)



(ง)



(จ)

ภาพที่ 2.1 การทดลองของ Thom (1934) โดยพิจารณาอากาศไหลผ่านวัตถุทรง (ก) กระบอก (ข) กากบาท และ (ค) กระบอกประกอบแพนอากาศ และผลของสัมประสิทธิ์แรง (ง) ยก และ (จ) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 69,000

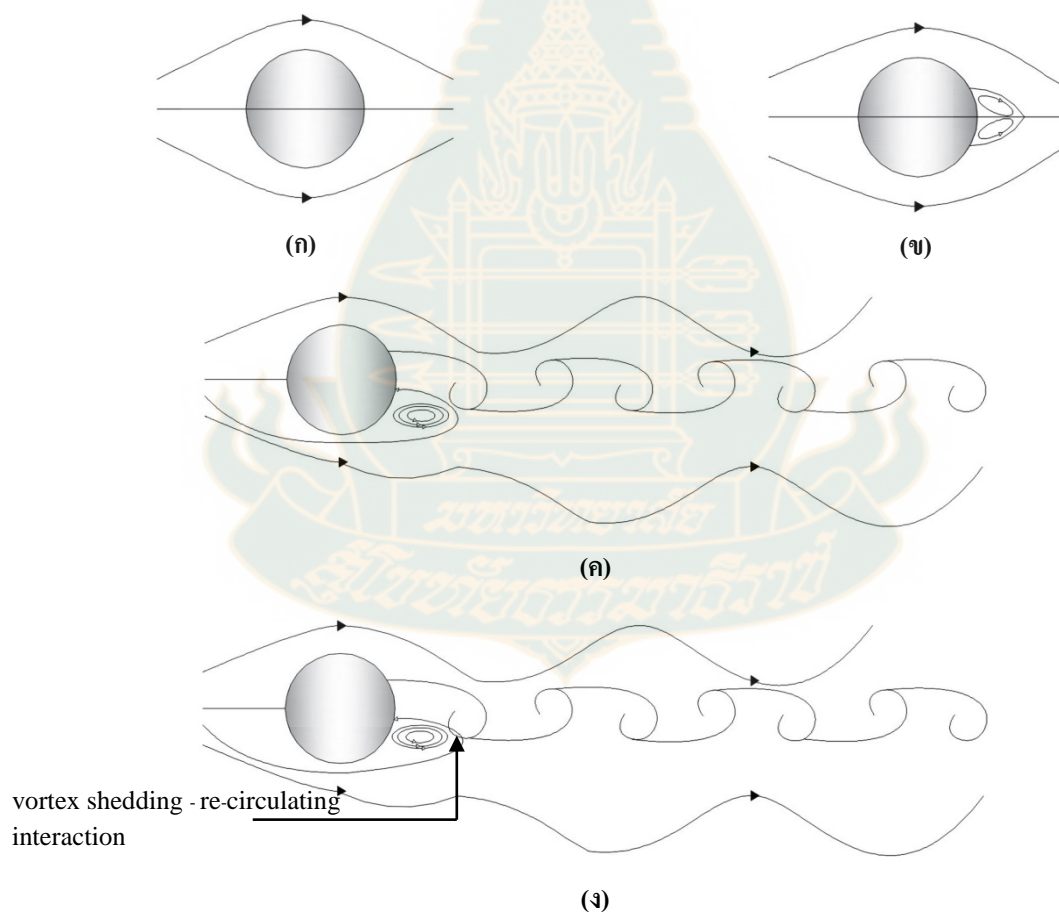
จากภาพที่ 2.1(ง) และ (จ) พบว่าเมื่อวัตถุที่มีรูปทรงสมมาตรกันในแนวตั้งและมีการหมุนเกิดขึ้นส่งผลต่อการเพิ่มขึ้นของค่าสัมประสิทธิ์แรงยก (lift coefficient) โดยผลการหมุนของรูปทรงกระบอกและทรงกอกบาทเกิดผลลัพธ์ที่ให้ค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในขณะที่รูปทรงประกอบกันระหว่างทรงกระบอกกับแพนอากาศจะเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในช่วงการหมุนไร้หน่วยที่ต่ำและจะเริ่มคงที่ขึ้นเมื่ออัตราการหมุนไร้หน่วยถึง 1.4 ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงต้าน (drag coefficient) ของทรงกระบอกและทรงกอกบาทจะลดลงจนกระทั่งอัตราการหมุนไร้หน่วยประมาณ 1.3 และ 1.4 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการหมุนของรูปทรงกระบอกและทรงกอกบาทเป็นการสร้างผลลัพธ์ที่เป็นประโยชน์ทางด้านแรงของอากาศพลศาสตร์เป็นอย่างดีเนื่องจากว่าส่งผลให้เกิดแรงยกที่เพิ่มขึ้นและลดแรงต้านลง ในขณะที่ทรงประกอบนั้นให้ค่าแรงยกที่มากขึ้นแต่เพิ่มแรงต้านขึ้นเล็กน้อยซึ่งสามารถนำลักษณะการหมุนของรูปทรงนี้ไปประยุกต์ใช้งานได้บางช่วง อย่างไรก็ตามการศึกษาถึงสาเหตุของแนวโน้มของแรงอันเนื่องมาจากอากาศพลศาสตร์จะมีความเกี่ยวข้องกับลักษณะขอบเขตเลเยอร์บริเวณ viscous sub-layer ของฟิล์มของของไหลบริเวณที่ผิววัตถุและมีรูปแบบการกระจายตัวของความดันรอบผิววัตถุที่ตำแหน่งที่มีค่าความดันสูงสุดและต่ำสุดก่อให้เกิดขนาดแรงยกและแรงต้านที่แตกต่างกันไปตามข้อมูลการศึกษาเชิงคำนวณของการไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกใน 3 มิติในช่วงค่าเรย์โนลด์ที่สูง (Ruchayosyothin, 2019)

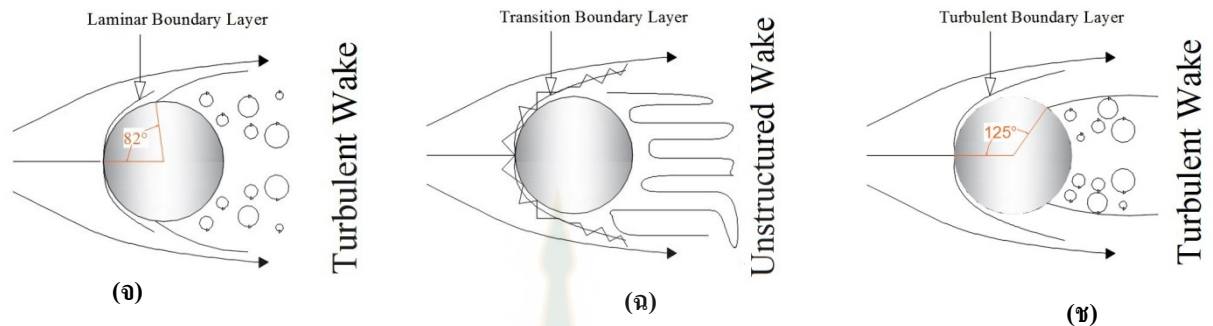
ที่ผ่านมางานวิจัยด้านของไหลซึ่งมีการไหลผ่านวัตถุที่เป็นวงกลมและรูปทรงอื่นที่อยู่บนพื้นฐานการไหลภายนอกที่ใช้เป็นแนวทางการศึกษาได้มี 2 กรณีได้แก่ 1) ในขณะมีและ 2) ไม่มีการหมุน ที่สถานะค่าเรย์โนลด์ที่ต่างกัน งานวิจัยเชิงคำนวณส่วนใหญ่ที่เกี่ยวข้องกับวัตถุวงกลมที่หมุนให้ค่าความแม่นยำทำนายผลที่ต่ำ อันเนื่องจากสมการที่ใช้การคำนวณไม่พิจารณาถึงสถานะความปั่นป่วนซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับพลังงานจลน์ของการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent kinetic energy, k) และอัตราการฟุ้งกระจายตัวของการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent dissipation rate, ϵ) หรือการพิจารณาการไหลในระดับขนาดของอนุภาคขนาดเล็กของการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent length scale) ซึ่งมีระดับของตัวเลขคลื่น (wave number) ของการไหลแบบปั่นป่วนที่สูงกว่าและมีความเกี่ยวข้องกับระดับสเปกตรัมของพลังงานการไหลแบบปั่นป่วนที่มีแนวโน้มที่ต่ำกว่าอนุภาคขนาดใหญ่ รวมถึงการไม่พิจารณาผลของลักษณะขอบเขตของเลเยอร์ในบริเวณซึ่งมีรูปแบบเลเยอร์แบบปั่นป่วนแบบสมบูรณ์ (fully turbulent layer) ตามระยะห่างในแนวตั้งฉากจากผนังทรงกลมซึ่งการปรับเปลี่ยนโครงสร้างของเลเยอร์ตลอดระยะห่างเป็นแบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นการพิจารณาขอบเขตการศึกษาเชิงคำนวณในบริเวณดังกล่าวจึงมีความสำคัญเพื่อให้ได้มาซึ่งความแม่นยำในการวิเคราะห์ การศึกษาเชิงคำนวณจึงต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง โดยจำเป็นต้องมีการวิเคราะห์โดยสมการการไหลที่มีรูปแบบการไหลแบบปั่นป่วน (turbulence model) และจำเป็นต้องประกอบการพิจารณา ร่วมกับสมการผนัง (near-wall treatment) ในลักษณะที่ไม่เป็นสมการเชิงเส้น ด้วยเหตุนี้งานวิจัยที่

เกี่ยวข้องก่อนหน้าจึงมีความสำคัญเพื่อใช้ในการวิเคราะห์และใช้เปรียบเทียบเพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐาน และแนวทางในการสร้างขอบเขตการวิเคราะห์เพื่อนำข้อมูลต่างๆไปสู่การวิเคราะห์การไหลด้วยรูปแบบการศึกษาเชิงการคำนวณเพื่อความแม่นยำต่อไป

2.1 ข้อมูลพื้นฐานการไหลผ่านวัตถุผิวโค้งในสภาวะหยุดนิ่ง

ในการไหลผ่านวัตถุผิวโค้งซึ่งเป็นรูปทรงเรขาคณิตพื้นฐานใน 3 มิติ ได้แก่ ทรงกระบอกและทรงกลมซึ่งมีลักษณะภาพฉายของพื้นที่หน้าตัดใน 2 มิติ พบว่าเป็นหน้าตัดวงกลม ซึ่งจากข้อมูล Pijush and Ira (2004) ได้แสดงพฤติกรรมของการไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกในแต่ละช่วงการไหล 8 ช่วง เพื่อใช้เป็นข้อมูลสำคัญในการกำหนดเงื่อนไข ขอบเขตและสมการการวิเคราะห์การไหลที่เหมาะสม โดยแต่ละช่วงพฤติกรรม ได้อธิบายพฤติกรรมในแต่ละช่วง ดังภาพที่ 2.2





ภาพที่ 2.2 โครงสร้างของเลเยอร์การไหลผ่านผิวทรงกระบอกหยุดนิ่งในแต่ละช่วง (ก) $Re < 5$ (ข) $5 \leq Re < 40$ (ค) $40 \leq Re < 150$ (ง) $150 \leq Re < 300$ (จ) $300 \leq Re < 3 \times 10^5$ (ฉ) $3 \times 10^5 \leq Re < 3.5 \times 10^5$ และ (ช) $Re \geq 3.5 \times 10^5$ (Pijush & Ira, 2004)

โดยโครงสร้างการไหลแต่ละช่วงสภาวะเรย์โนลด์มีความแตกต่างกันในบริเวณที่สำคัญได้แก่ บริเวณ boundary layer และบริเวณพื้นที่ลมหมุน (wake) หลังทรงกระบอก ดังนี้

จากภาพที่ 2.2 (ก) โครงสร้างการไหลของของไหลที่สภาวะเรย์โนลด์น้อยกว่า 5 ($Re < 5$) ที่สภาวะนี้มีโครงสร้างที่ไม่เกิดการแยกตัวของเลเยอร์การไหล (regime of un-separated flow) ของไหลจะมีการไหลภายนอกวัตถุขนาดเล็กหรือเป็นอนุภาคขนาดเล็กที่มีความเร็วต่ำมาก ทำให้มีค่าคุณสมบัติความหนืดจลน์ (kinematic viscosity) ที่สูง การไหลในรูปแบบนี้มีชื่อว่า “creeping flow” ซึ่งส่วนใหญ่เกิดขึ้นด้วยการร่วของอนุภาคแบบอิสระในตัวกลางของไหลไม่อัดตัว (incompressible flow) โดยน้ำหนักของอนุภาคจะมีขนาดเท่ากับแรงต้านเนื่องจากของไหล เช่น การร่วตัวของอนุภาคแบบฝุ่นในอุปกรณ์ไซโล เป็นต้น จากสภาพเชิงกายภาพที่มีก่อให้เกิดสายธารแห่งการไหล (stream-line) ที่มีความสมมาตรตามแนวแกนเอกซึ่งขนานการไหล (longitudinal axis) และแกนโทซึ่งตั้งฉากกับการไหล (lateral axis) ในระนาบ 2 มิติ ซึ่งพฤติกรรมการไหลนี้เป็นไปตามกฎของสโตก (Stokes' law)

ขณะที่ภาพที่ 2.2 (ข) โครงสร้างการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ระหว่าง 5 ถึง 40 ($5 \leq Re < 40$) ที่สภาวะนี้จะมีกระแสวน 1 คู่ ที่มีทิศทางการหมุนของความเร็วเชิงมุมที่สวนทางกันและขนาดและตำแหน่งของกระแสวนไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (a fixed pair of vortices opposing in the wake) การเกิดกระแสวนขนาดใหญ่บริเวณหลังวัตถุทรงกลมนี้เกิดขึ้นจากการแยกตัวออกจากเลเยอร์ของไหล (separated flow) จากผิววัตถุ โดยกระแสวนขนาดใหญ่จะอยู่ในสภาวะคงตัวบริเวณ

ด้านหลังทรงกระบอก ในขณะที่กระแสนขนาดเล็กเกิดการสลายตัวไปเนื่องจากการดูดซับพลังงานจลน์ของการไหลจากของไหลอิสระ

สำหรับภาพที่ 2.2 (ค) โครงสร้างการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ระหว่าง 40 ถึง 150 ($40 \leq Re < 150$) มีการแผ่ขยายของกระแสนออกเป็นแนวจากผิววัตถุและแผ่ขยายสลับเป็นรอบกันจากผิววัตถุด้านบนและล่าง (upper – lower alternative vortex streets in laminar flow) การแผ่ขยายของแนวแพร่ของกระแสไปด้านหลังนี้เกิดขึ้นจากการแยกตัวของกระแสนขนาดเล็ก (separated flow) และไหลมาแตะที่ผิวทรงกระบอกอีกครั้ง (re-attached flow) ก่อให้เกิดกระแสนขนาดใหญ่ สำหรับกระแสนขนาดเล็กที่แยกออกมานั้นจะถูกพัดจากของไหลแบบราบเรียบที่ไหลผ่านเข้ามาทำให้เกิดเป็นเส้นทางแผ่ขยายของกระแสนเกิดขึ้น (a von Karman vortex street) ในกรณีนี้ทั้งบริเวณผิวของวัตถุและบริเวณร่องรอยกระแสน (wake) มีสภาพแบบราบเรียบ

ในกรณีที่สภาวะเรย์โนลด์สูงขึ้นเล็กน้อย ดังภาพที่ 2.2 (ง) โครงสร้างการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ระหว่าง 150 ถึง 300 ($150 \leq Re < 300$) เป็นช่วงปรับเปลี่ยนพฤติกรรมของกระแสนจากลักษณะ laminar wake เป็น turbulent wake (upper – lower alternative vortex streets in laminar – turbulent transition flow) โดยจะเกิดการกระทบกันระหว่างกระแสนด้านหลังวัตถุที่เกิดการแผ่ออกจากด้านหนึ่งกับแนวการแผ่ของกระแสนที่กำลังเกิดขึ้นในรอบก่อนหน้า อย่างไรก็ตาม boundary layer ที่ผิววัตถุยังคงเป็นแบบ laminar boundary layer ที่การแยกตัวของกระแสนขนาดเล็กจากผิวเกิดขึ้นช้า ซึ่งสภาวะเรย์โนลด์นี้จะถือได้ว่าเป็นช่วงปรับตัว (intermediate Reynolds number)

สำหรับภาพที่ 2.2 (จ) โครงสร้างการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ระหว่าง 300 ถึง 3×10^5 ($300 \leq Re < 3 \times 10^5$) ที่สภาวะนี้ลักษณะ boundary layer ที่ผิวเป็นแบบราบเรียบ แต่บริเวณที่เคยเกิดกระแสนด้านหลังจะมีสภาพการไหลแบบปั่นป่วนสมบูรณ์แบบ (fully turbulent wake) โดยกระแสนและสายธารแห่งการไหลจะมีความสมมาตรตามแนวการเคลื่อนที่ของไหลที่เข้ามา โดยทั่วไปที่สภาวะเรย์โนลด์จะเป็นสภาวะก่อนเกิดการไหลแบบวิกฤต (sub-critical Reynolds numbers)

ในขณะที่ภาพที่ 2.2 (ฉ) โครงสร้างการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ระหว่าง 3×10^5 ถึง 3.5×10^5 ($3 \times 10^5 \leq Re < 3.5 \times 10^5$) โครงสร้างของ wake boundary layer มีโครงสร้างที่ไม่สามารถคาดการณ์ได้ และ boundary layer ที่ผิวเป็นช่วงปรับเปลี่ยนจาก laminar เป็น turbulent boundary layer (laminar boundary layer along a cylinder's surface undergoing turbulence transition with a disorganized wake) ถือได้ว่าเป็นช่วงสภาวะการไหลแบบวิกฤต (critical Reynolds numbers) ที่ลักษณะการไหลเป็นแบบที่ไม่แน่นอนไหลทิศทางหรือมีพฤติกรรมที่แตกต่างไป เช่น สายธารการไหลมีความไม่สมมาตรเนื่องจากเกิด vortex shedding เพียงด้านเดียว

ทำให้เกิดแรงยกเกิดขึ้นซึ่งมีความแตกต่างกับการไหลในช่วงเรย์โนลด์อื่นที่ไม่มีแรงยกเกิดขึ้น (Kundu & Cohen, 2004)

ภาพที่ 2.2 (ข) โครงสร้างการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์มากกว่า 3.5×10^5 ($Re \geq 3.5 \times 10^5$) ที่ boundary layer ที่ผิวและบริเวณแนวเคลื่อนตัวของกระแสวนเป็น turbulent boundary layer (turbulent boundary layer along a cylinder's surface with a turbulent wake) ช่วงการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์นี้ถือได้ว่าเป็นสภาวะเหนือวิกฤติ (super critical Reynolds number) การไหลเป็นแบบไม่คงตัวและมี vortex shedding เกิดขึ้นสลับไปมาจากทีละด้าน แต่เมื่อสังเกตขนาดของแนวกระแสวน จะมีขนาดแคบกว่าช่วงอื่นเนื่องจากการแยกตัวของกระแสวนจากผิววัตถุที่เกิดขึ้นช้าและมีผลทำให้แรงต้านมีขนาดน้อยลงเนื่องจากขนาดของแนวกระแสวนที่ใกล้ผนังวัตถุจะมีความดันที่ไม่ต่ำมากเกินไป

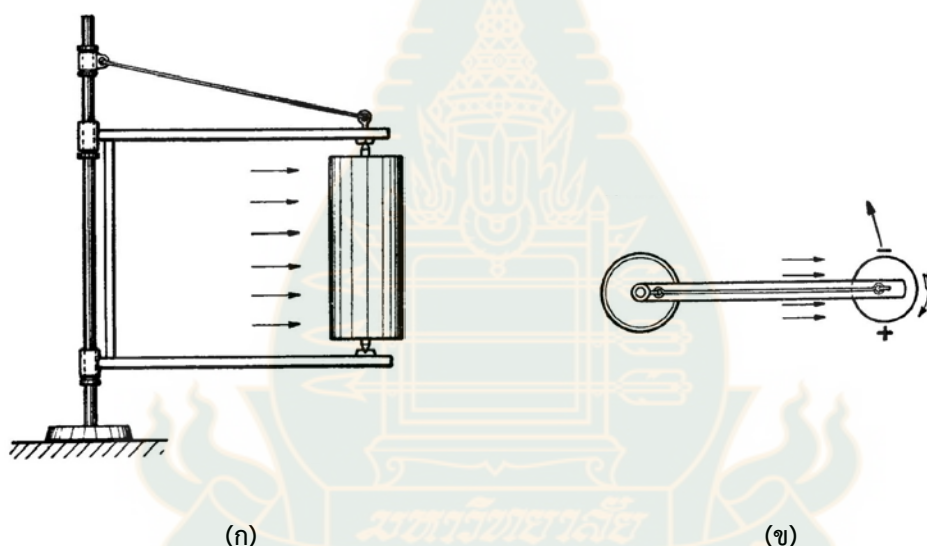
พฤติกรรมการไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกในสภาวะหยุดนิ่งถือได้ว่าเป็นข้อมูลพื้นฐานที่สำคัญเพื่อนำไปใช้งานและขยายผลความรู้ไปสู่การไหลผ่านวัตถุรูปทรงอื่นที่มีลักษณะผิวโค้งและเงื่อนไขการไหลอื่นๆ เช่น สภาวะการหมุนหรือการใช้งานร่วมกันรูปทรงอื่น เป็นต้น ซึ่งการวิเคราะห์ผลการศึกษาเชิงคำนวณจะต้องเข้าใจถึงพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ตามกายภาพที่เกิดขึ้นจริงเพื่อนำข้อมูลไปใช้ในการกำหนดเงื่อนไขเบื้องต้นและเงื่อนไขขอบของการศึกษาเชิงคำนวณเพื่อให้ได้มาซึ่งความแม่นยำของผลลัพธ์ ในสภาวะปัจจุบันการทดลองที่สภาวะการไหลปั่นป่วนที่ค่าเรย์โนลด์ที่สูงค่อนข้างดำเนินการได้ยากเนื่องจากข้อจำกัดของขนาดเครื่องมือวัดที่ต้องมีขนาดเล็กมากเพื่อวัดผลที่เกิดจากอนุภาคของการไหลแบบปั่นป่วนที่เล็ก (small turbulent length scale) เช่น การวิเคราะห์ภาพการไหลที่ boundary layer วัดด้วยอุปกรณ์ hot-film และ hot-wire (Osterlund and Johansson, 1999) ดังนั้นการศึกษาเชิงคำนวณจะช่วยให้ได้มาซึ่งข้อมูลอื่นที่เป็นประโยชน์มากขึ้น

2.2 ปรากฏการณ์แมกนัส

พฤติกรรมของอากาศพลศาสตร์ที่ไหลผ่านวัตถุในสภาวะที่หมุนนั้นเริ่มมีการกล่าวถึงครั้งแรกในการสังเกตการณ์ของเซอร์ ไอแซค นิวตัน โดยมีหลักฐานการกล่าวถึงพฤติกรรมนี้จากบันทึก ซึ่งมีข้อความดังนี้ *"I remembered that I had often seen a tennis ball struck with an oblique racket describe such a curved line. For a circular as well as progressive motion being communicated to it by that stroke, its parts on that side where the motions conspire must press and beat the contiguous air more violently, and there excite a reluctance and reaction of the air proportionately greater"* (Newton, 1671) ซึ่งมีการ

กล่าวถึงการหักเหแบบทันทีทันใดของลูกเทนนิส ถึงแม้ผู้เขียนไม่ได้ต่อยอดการทดลองแต่ถือได้ว่าเป็นข้อสังเกตที่สำคัญ ก่อให้มีการศึกษาพฤติกรรมแมกนัส อย่างเข้มข้นต่อไป

การศึกษาตามพฤติกรรมแมกนัสนี้ได้เริ่มทำการทดลองกับวัตถุหมุนตัวกลางที่เป็นทรงกระบอก โดย Gustav Magnus ซึ่งเป็นศาสตราจารย์ทางด้านฟิสิกส์ แห่งเมืองเบอร์ลิน ได้ทำการศึกษาเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของทรงกระบอกในขณะที่หมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกา เมื่อมีลมพัดผ่านเข้ามาทำให้ชุดโครงสร้างที่ยึดทรงกระบอกที่หมุนนี้เคลื่อนตัวรอบแกนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา (Magnus, 1853) ดังภาพที่ 2.3 ซึ่งนักวิจัยได้อธิบายถึงพฤติกรรมดังกล่าวอันเป็นผลมาจากการกระจายตัวของความดันรอบตัวทรงกระบอกที่หมุนโดยผิวด้านที่มีความดันต่ำเกิดขึ้นเนื่องจากความเร็วลัพท์ระหว่างผนังทรงกระบอกกับความเร็วลมมีขนาดที่สูง ในทางตรงข้ามด้านที่มีความดันสูงเกิดขึ้นเนื่องจากความเร็วลัพท์มีขนาดที่ต่ำก่อให้เกิดความดันกระทำในแนวตั้งฉากกับผิวที่สูง ซึ่งจะเห็นได้ว่านักวิจัยได้เน้นการอธิบายพฤติกรรมแมกนัสโดยกล่าวถึงความดันเป็นหลัก



ภาพที่ 2.3 การติดตั้งการทดลองของ Gustav Magnus มุมมอง (ก) ด้านข้าง และ (ข) ด้านบน

(Seifert, 2012)

การศึกษาของ Achenbach (1972) ได้ทำการทดลองการไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หยุดนิ่ง ซึ่งได้แสดงถึงองค์ประกอบหนึ่งของแรงที่มีผลต่อแรงต้าน (drag force) ซึ่งเกิดจากแรงเสียดทานที่ผิวอันเป็นผลมาจากความหนืด ดังนั้นเมื่อทำการพิจารณาแรงที่กระทำกับวัตถุนั้นจะเกิดจากแรงลัพท์ระหว่างแรงดันและแรงเหนือนผิว ในการวัดขนาดของแรงอากาศพลศาสตร์ที่เกิดขึ้นจะทำการวัดขนาดของแรงกระทำเทียบกับพลังงานจลน์เนื่องจากความดัน (dynamic pressure : $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A$ เมื่อ A คือพื้นที่ฉายของทรงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง D หน่วย) ซึ่งรูปแบบการวิเคราะห์แรงเนื่องจากอากาศ

พลศาสตร์ยังคงรูปแบบเดียวกันทั้งการศึกษาเชิงทดลองและการศึกษาเชิงคำนวณ ดังเช่น การวิเคราะห์สภาพการไหลของอากาศผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ sub-critical Reynolds numbers โดยวิธีเชิงคำนวณ ของ (Sareen *et al.*, 2019) โดยการวัดแรงทางอากาศพลศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

แรงยกเนื่องจากของไหล (Lift Coefficient, C_L) เป็นค่าแรงไร้มิติเพื่อพิจารณาอัตราส่วนของแรงยกวัตถุในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางการไหลของอากาศต่อค่าความดันพลศาสตร์ (dynamic pressure) โดยมีสมการทั่วไปคือ

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \quad (2.1)$$

แต่ในการประมวลผลสมการที่ (2.1) นี้สามารถวิเคราะห์ได้ในรูปของ tensor analytic ตลอดพื้นที่ผิวทรงกลม (Γ_{sphere}) คือ

$$C_L = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \int_{\Gamma_{\text{sphere}}} (\sigma \hat{n}) \cdot \hat{n}_y d\Gamma \quad (2.2)$$

แรงต้านเนื่องจากของไหล (Drag Coefficient, C_D) เป็นค่าแรงไร้มิติเพื่อพิจารณาอัตราส่วนของแรงต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุในทิศทางขนานกับทิศทางเดียวกับการไหลของอากาศซึ่งมีทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุต่อค่าความดันพลศาสตร์ (dynamic pressure) ค่านี้เป็นผลทำให้วัตถุเคลื่อนที่หน่วงหรือยับยั้งการเคลื่อนที่ในทิศตรงกันข้ามซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์นี้ในสมการทั่วไปคือ

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \quad (2.3)$$

เช่นเดียวกัน ในการประมวลผลสมการที่ (2.3) นี้สามารถแสดงได้อยู่ในรูปของ tensor analytic ตลอดพื้นที่ผิวทรงกลม (Γ_{sphere}) คือ

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \int_{\Gamma_{\text{sphere}}} (\sigma \hat{n}) \cdot \hat{n}_x d\Gamma \quad (2.4)$$

เมื่อ องค์ประกอบของแรงที่เกิดขึ้นเกิดการรวมตัวกันระหว่างแรงเนื่องจากความดันและแรงเฉือนที่ผิว สามารถแสดงอยู่ในรูป stress tensor analytic (σ) คือ $(-pI + 2\mu \left[\frac{1}{2} (\nabla \bar{U}) + (\nabla \bar{U})^T \right])$ และแรงกระทำกับวัตถุที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่่นั้นเกิดจากแรงเนื่องจากความดันซึ่งมีทิศทางพุ่งเข้าสู่ ศูนย์กลางการหมุนในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส โดยสามารถค่าความดันดังกล่าวในค่าไรหน่วย คือ สัมประสิทธิ์ความดัน (pressure coefficient; C_p) ซึ่งเป็นการวัดความแตกต่างระหว่างความดัน บริเวณผิว (P) กับความดันที่จุดอ้างอิงหรือความดันบรรยากาศหรือความดันของของไหลที่ระยะอนันต์ (P_∞) เทียบกับขนาดความดันพลศาสตร์ของของไหลไม่อัดตัว ดังนี้

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (2.5)$$

เนื่องจากพฤติกรรมการไหลของอากาศเป็นแบบไม่สมมาตรก่อให้เกิดการหมุนรอบแกนใน แนวตั้งฉากที่ผ่านจุดศูนย์กลางวัตถุ (vertical axis) หรือ แกนยอร์ (yaw axis) โดยทั่วไปแรงที่กระทำ นั้นเกิดจากแรงเฉือนที่ผิว (F_v) ตลอดพื้นผิววงกลม (Γ_{sphere}) เนื่องจากมีทิศทางตั้งฉากกับรัศมีของ ทรงกลม (\bar{r}) ก่อให้เกิดโมเมนต์ของแรงดังกล่าวซึ่งสามารถวัดได้ในรูปตัวแปรไรหน่วย คือ สัมประสิทธิ์โมเมนต์รอบแกน (moment coefficient: C_M) ดังนี้

$$C_M = \frac{\int_{\Gamma_{\text{sphere}}} \|\bar{r} \times (F_v \hat{n})\| d\Gamma}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 AD} \quad (2.6)$$

เนื่องจากการพิจารณาพฤติกรรมการแยกตัว (detachment) หรือ การสัมผัสตัวที่ผิววัตถุ ของเลเยอร์นั้นเกิดขึ้นมาจากแรงเฉือนของของไหลกระทำกับผิวทรงกลมก่อให้เกิดความเค้นเฉือนหรือ ความเค้นเนื่องจากแรงเสียดทานที่ผิว (τ_w) ซึ่งสามารถพิจารณาความเค้นเฉือนนี้ในรูปของตัวแปรไร หน่วย คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิว (skin friction coefficient : C_f) คือ

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (2.7)$$

2.3 ลักษณะขอบเขตเลเยอร์บนพื้นผิวโค้ง

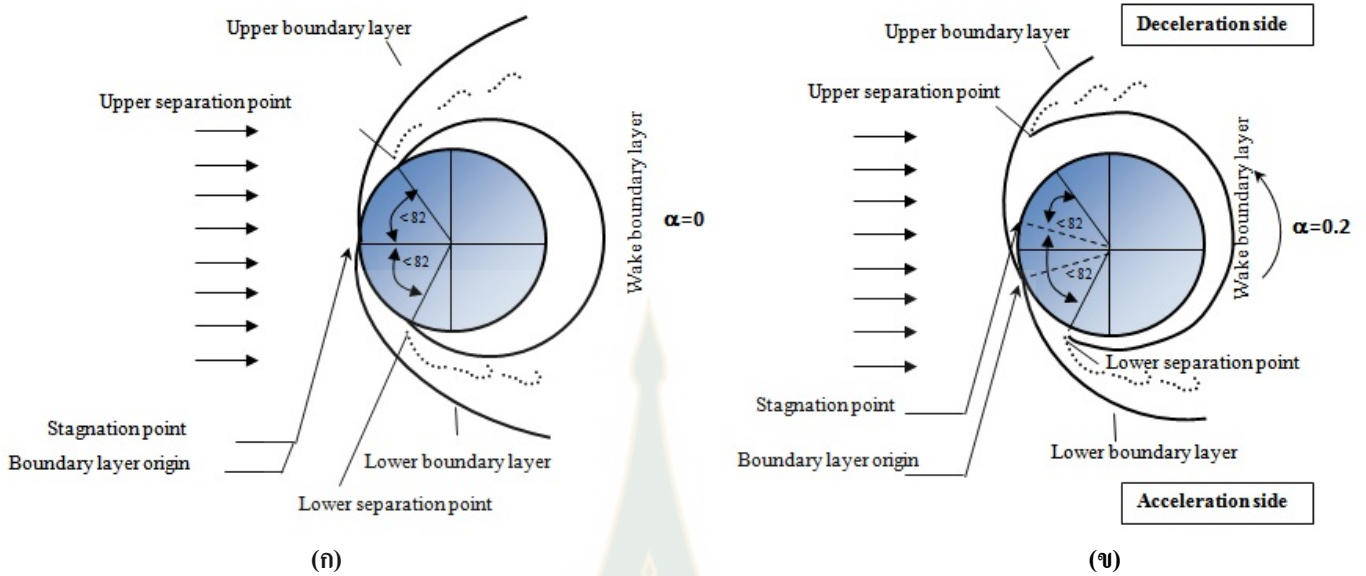
ลักษณะของขอบเขตเลเยอร์ของของไหลบนผิวโค้งมีผลอย่างมากต่อค่าแรงกระทำกับวัตถุที่ ไหลผ่าน ดังเช่นการทดลองของ Norberg (1987) ซึ่งได้แสดงให้เห็นถึงขนาดที่ใหญ่ของพื้นที่ของ กระแสวนหลังวัตถุจะส่งผลให้เกิดแรงต้านที่กระทำกับวัตถุที่มากตาม โดยขนาดพื้นที่ของกระแสวนที่ ใหญ่นี้เกิดจากลักษณะของขอบเขตเลเยอร์บริเวณผิววัตถุที่มีความเกี่ยวข้องกับบริเวณจุดเริ่มต้นของเล

เยอร์ (boundary layer origin) ซึ่งเป็นจุดที่เริ่มการสัมผัสกันระหว่างของไหลกับผิววัตถุ ที่จุดนี้ไม่มีความหนาของเลเยอร์ จุดอากาศหยุดนิ่ง (stagnation point) ซึ่งเป็นจุดที่ไม่มีความเร็วของของไหล และความดันที่ผิววัตถุสูงสุดก่อให้เกิดเมื่อของไหลไหลเข้าหาผิวจะเกิดทิศทางการหักเหหรือย้อนกลับ จุดที่มีการแยกตัวของเลเยอร์ (detachment/separation point) เป็นจุดที่เลเยอร์ของไหลเมื่อเคลื่อนที่ตามแนวผิวโค้งมีระดับพลังงานจลน์ที่น้อยกว่างานเนื่องจากแรงต้านซึ่งเป็นแรงเฉื่อยที่ผิว จึงทำให้เกิดการแยกตัวที่บริเวณนี้ ซึ่งที่จุดนี้อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วในองค์ประกอบทิศทางเส้นสัมผัสผิวโค้งเทียบกับระยะห่างในแนวตั้งฉากไม่มีการเปลี่ยนแปลง ($\frac{dU_x}{dy} = 0$) และความยาวของเลเยอร์ของกระแสน้ำ (wake boundary layer length) หลังเกิดกระบวนการไหลเข้าหาผิวอีกครั้ง

(reattachment point) โดยเฉพาะอย่างยิ่งตำแหน่งการแยกตัวที่เร็วนั้นยังทำให้ได้พื้นที่ของ wake boundary layer ที่ยาวกว่าให้เกิดค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านที่สูงตาม

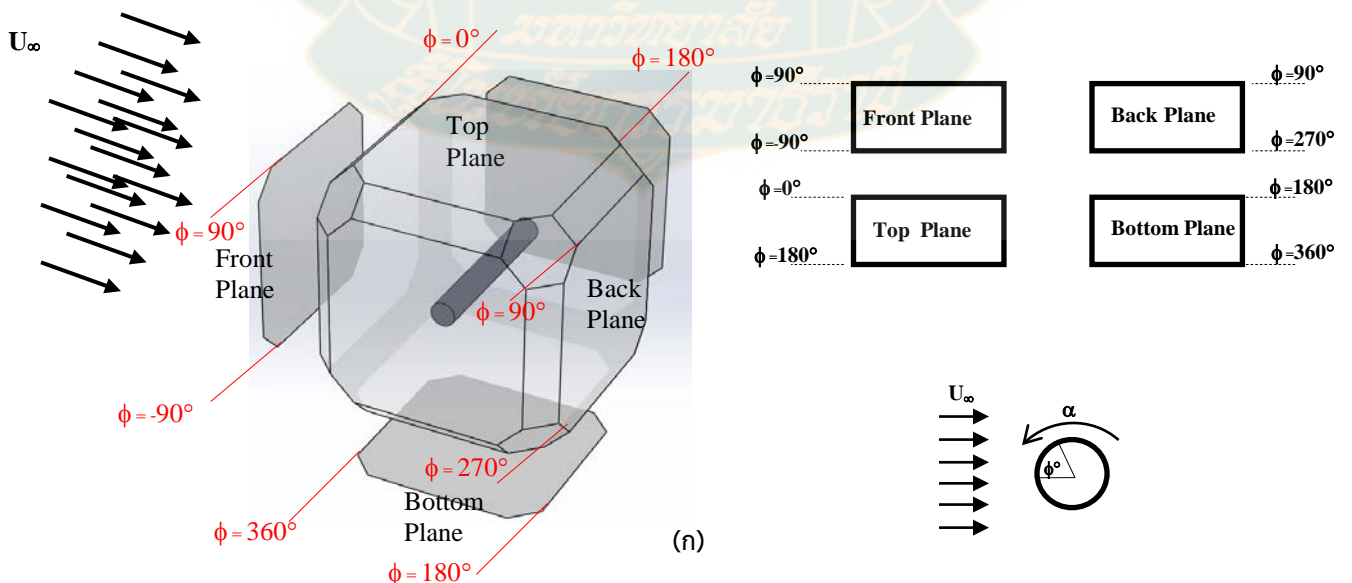
เนื่องจากการศึกษาพฤติกรรมของเลเยอร์บนผิวโค้งรอบผิวทรงกระบอกถือได้ว่าเป็นพื้นฐานที่สำคัญ เนื่องจากรูปทรงมีพื้นที่หน้าตัดทรงกระบอกมีขนาดเท่ากันตลอดทุกระนาบตามแนวลิค ซึ่งหากมีการศึกษาเชิงทดลองหรือคำนวณในสภาวะที่ปลายของทรงกระบอกมีความสมมาตรกันจะทำให้เกิดพฤติกรรมใน 3 มิติที่น้อยมาก ซึ่งพฤติกรรมนี้ถือเป็นแนวทางในการศึกษาวัตถุผิวโค้งรูปทรงกลมต่อไป Swanson (1961) ได้แสดงข้อมูลลักษณะขอบเลเยอร์ของการไหลภายนอกผิวโค้งที่สภาวะเรย์โนลด์ 40,000 ดังภาพที่ 2.4 (ก) ซึ่งเป็นสภาวะที่อากาศไหลผ่านวัตถุที่ไม่มีการหมุนในการพิจารณาแบบเวลาเฉลี่ย จะพบว่า original point และ stagnation point อยู่ที่จุดเดียวกัน และ separation บริเวณผิวบนและผิวล่างรวมทั้งลักษณะเลเยอร์มีความสมมาตรตามแนวขนานกับทิศทางการไหลที่แกน azimuthally angle ที่ 0° โดย wake boundary layer มีความยาวเริ่มต้นและสิ้นสุดที่มุม azimuthally angle ที่ 82° ภาพที่ 2.4(ข) นั้นวัตถุทรงกระบอกมีการหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ทำให้ด้านบนของทรงกระบอกมีการหน่วงความเร็วของของไหลที่ไหลเหนือผิว (deceleration side) และด้านล่างมีการส่งเสริมความเร็วของของไหลด้านใต้ผิว (acceleration side) ซึ่งผลของการหมุนของวัตถุนี้ทำให้ตำแหน่งของ stagnation point เคลื่อนย้ายไปอยู่ที่ตำแหน่งใหม่ในทิศทางสวนทางกับการหมุน ในขณะที่ตำแหน่งใหม่ของ separation points ทั้ง 2 จุดมีการเคลื่อนย้ายไปในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ ลักษณะนี้จะสังเกตเห็นว่าความยาวของ wake boundary layer มีแนวโน้มสั้นลงอีกด้วย โดยตำแหน่งของขอบเขตเลเยอร์ข้างต้นนี้ได้อ้างอิงเพื่อใช้เป็นเหตุผลในการวิเคราะห์ผลการทดลองหรือการศึกษาเชิงคำนวณอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน

(Aoki & Ito, 2001; Takayama & Aoki, 2005)



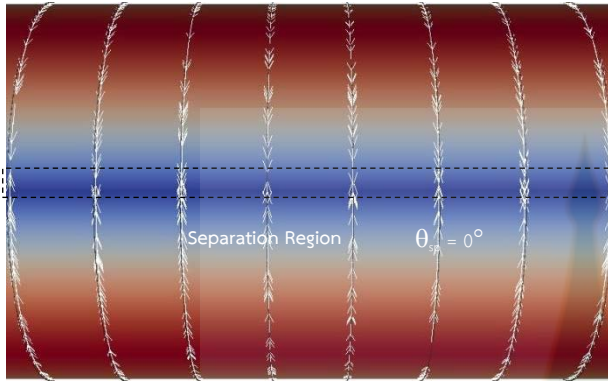
ภาพที่ 2.4 ขอบเขตเลเยอร์รอบผิวโค้งทรงกระบอกขณะ (ก) หยุดนิ่ง และ (ข) หมุนที่อัตราหมุนไร้หน่วย 0.2 (Swanson, 1961)

นอกจากนี้การระบุตำแหน่งของตำแหน่งวิกฤติต่างๆ ของขอบเขตเลเยอร์ข้างต้นยังสามารถวิเคราะห์ได้จากแผนภาพแรงเฉือนที่ผิววัตถุ Ruchayosothin (2019) ได้ทำตามวิเคราะห์หาจุดวิกฤติบนพื้นผิวทรงกระบอกที่สถานะเรย์โนลด์ sub-critical Reynolds number โดยได้แสดงพื้นที่สีเพื่อระบุขนาดของแรงเฉือนและมีการสร้างเวกเตอร์ของแรงเฉือนผิวเพื่อตรวจสอบทิศทางของแรงเฉือนก่อให้เกิดทิศทางของโมเมนต์รอบแกนยาว โดยจุดรวม ($\rightarrow \bullet \leftarrow$) และจุดแยก ($\leftarrow \bullet \rightarrow$) ของเส้นเวกเตอร์ของแรงเฉือนนั้นสามารถระบุได้ว่าเป็นตำแหน่ง re-attachment และ detachment ของขอบเขตเลเยอร์ได้เช่นกัน ดังภาพที่ 2.5(ก) และ (ข) ตามลำดับ

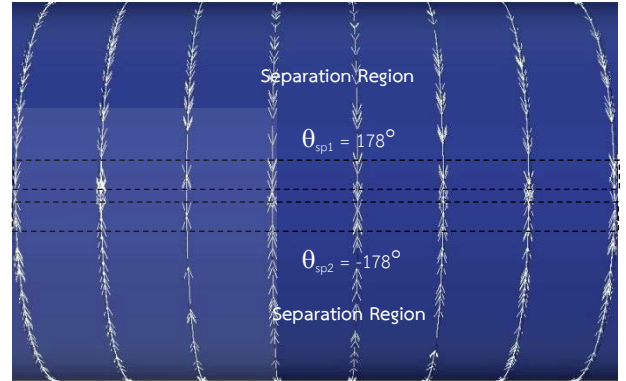


$\alpha = 0$

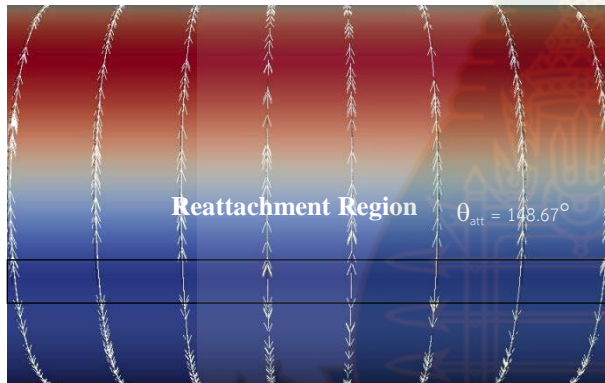
Front Plane



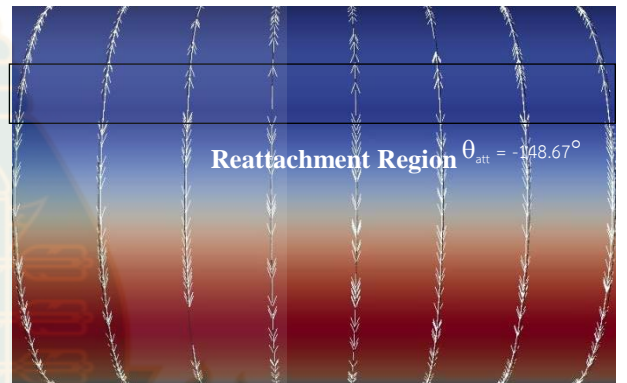
Back Plane



Top Plane



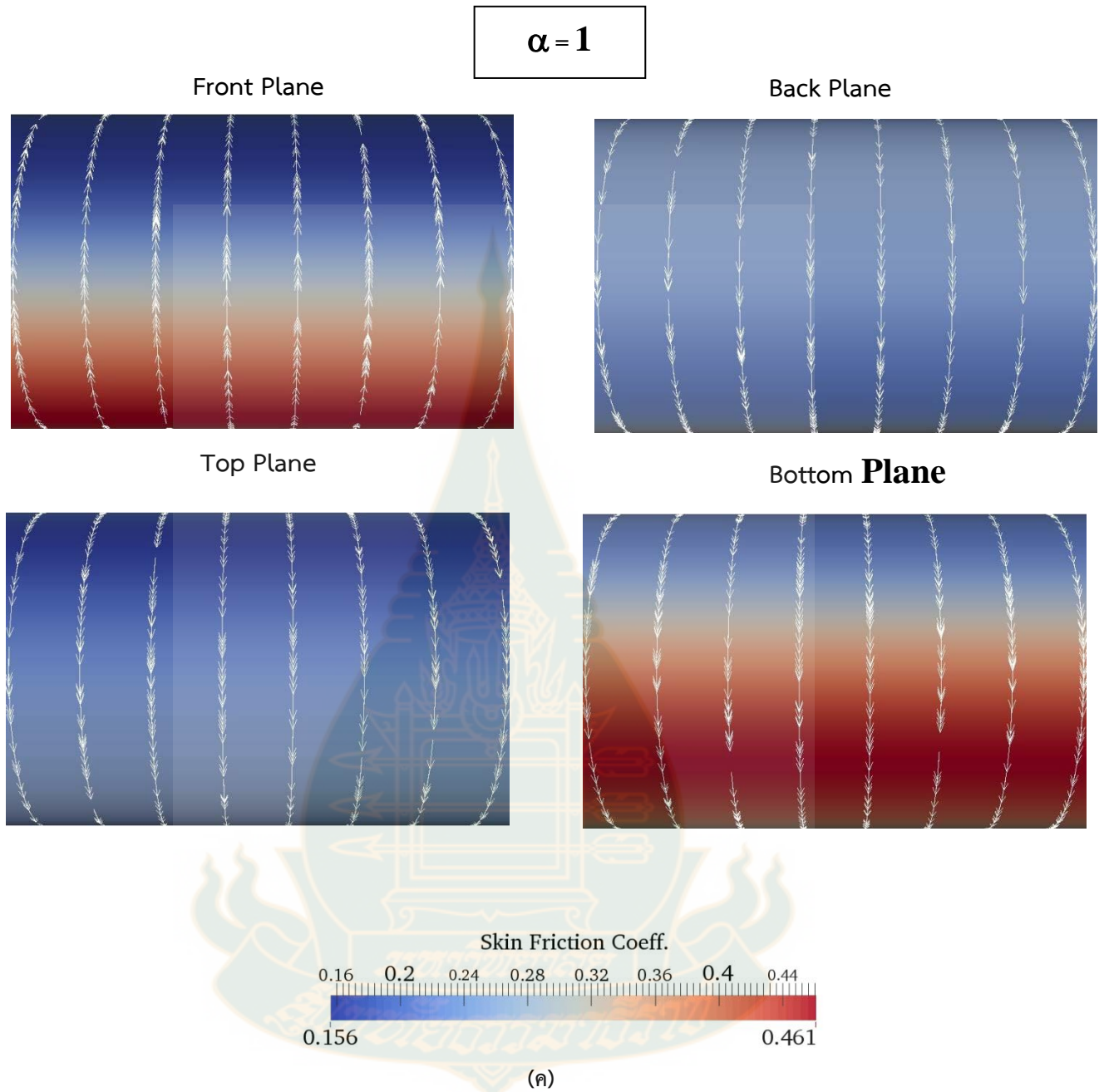
Bottom Plane



Skin Friction Coeff.



(τ)

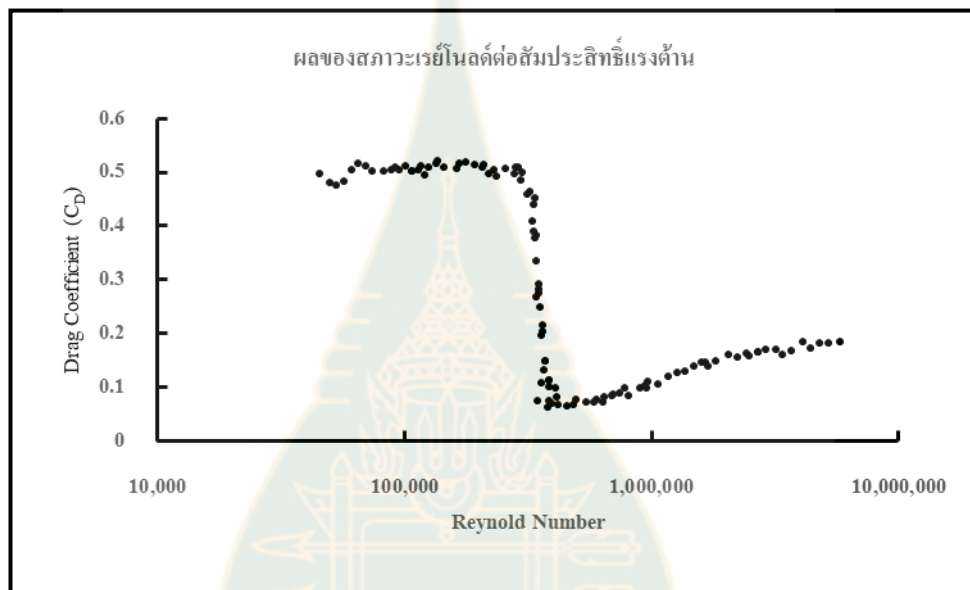


ภาพที่ 2.5 แสดงขนาดเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์ของแรงเฉือนที่ผิว โดย (ก) ภาพฉายของทรงกระบอกแต่ละด้าน (ข) ที่สถานการณ์หยุดนิ่ง และ (ค) ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยเป็น 1 ที่สภาวะเรย์โนลด์ 200

(Ruchayosyothin, 2019)

2.4 การทดลองการไหลผ่านทรงกลม

Achenbach (1972) ได้ทำการทดลองติดตั้ง strain gauge ที่ผิวของทรงกลมที่หยุดนิ่งทำให้ได้ข้อมูลที่สำคัญในการดำเนินการวิจัยในช่วงหลังต่อมา ข้อมูลที่ได้นั้นเป็นการแปรเปลี่ยนช่วงการทดลองของค่าเรย์โนลด์ระหว่าง 45,800 – 5,830,000 ผลการทดลองที่สำคัญได้แก่ ขนาดของสัมประสิทธิ์แรงต้าน การกระจายตัวของความดัน และองศาการแยกตัวของเลเยอร์



ภาพที่ 2.6 ผลของสภาวะเรย์โนลด์ต่อสัมประสิทธิ์แรงต้านของอากาศไหลผ่านทรงกลม (Achenbach, 1972)

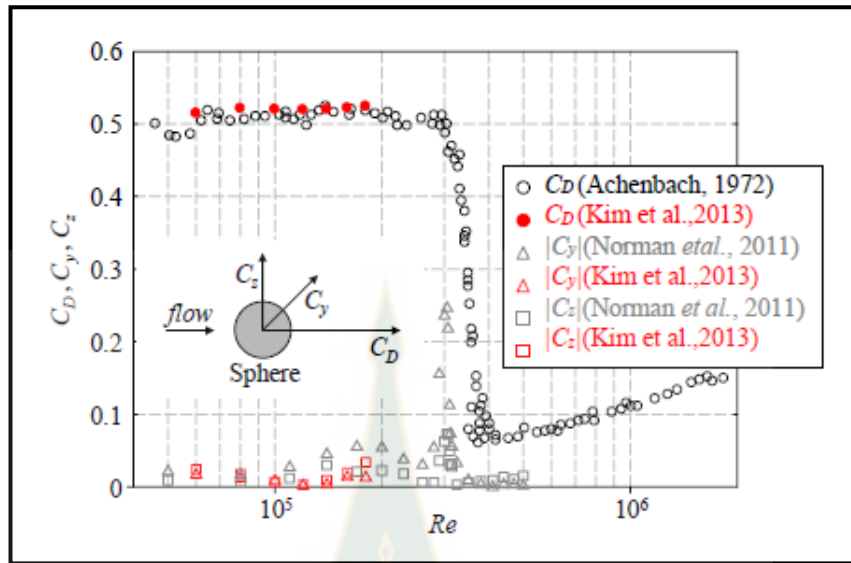
จากภาพที่ 2.6 พบว่าขนาดของสัมประสิทธิ์แรงต้านในช่วงสภาวะเรย์โนลด์นี้อยู่ระหว่าง 0.06-0.51 ตามแต่สภาวะเรย์โนลด์ Sareen *et al.* (2019) ได้ระบุสภาพการไหลผ่านวัตถุที่ค่าเรย์โนลด์ที่ต่ำอยู่ในช่วงค่าเรย์โนลด์น้อยกว่า 1,000 ซึ่งแนวโน้มของสัมประสิทธิ์แรงยกจะเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรงอย่างต่อเนื่องเมื่อแปรเปลี่ยนอัตราการหมุนไร้หน่วย ในขณะที่ Tsuji, Morikawa and Mizuno (1985) ได้ระบุสภาวะที่เรย์โนลด์ต่ำอยู่ที่ 1,600 ดังนั้นวรรณกรรมในส่วนนี้จะมุ่งเน้นพฤติกรรมไหลที่ช่วงเรย์โนลด์ต่ำกว่าค่าที่ระบุข้างต้น

การไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะเรย์โนลด์ที่ต่ำในสภาพที่หมุนนั้นส่วนใหญ่เกิดขึ้นเนื่องจากทรงกลมมีขนาดเล็กทำให้แรงที่กระทำมีขนาดน้อยในการทดลองของ Tsuji, Morikawa and Mizuno (1985) จึงทำการทดลองโดยการวัดค่าแรงแบบวิธีทางอ้อม โดยค่าแรงที่เกิดขึ้นเกิดจากการคำนวณได้แก่การให้ผลลัพธ์ของสัมประสิทธิ์ของแรงยกเป็นผลคูณระหว่างอัตราหมุนไร้หน่วยกับค่าคงที่ที่ 0.4 (อัตราหมุนไร้หน่วยต้องน้อยกว่า 0.7) ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงต้านนั้นพิจารณาจากรูปแบบของ

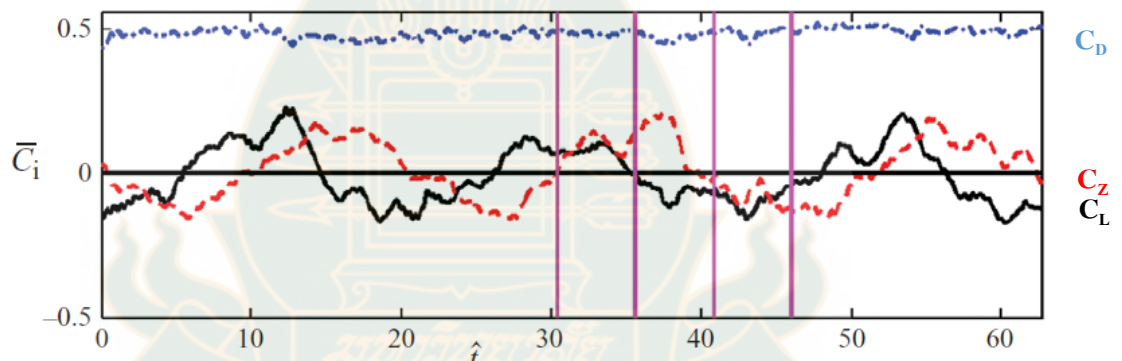
สหสัมพันธ์แบบพาราโบลา ของขนาดผกผันเรย์โนลด์ $\left(\frac{1}{Re}\right)$ โดยมีค่าคงที่ที่แตกต่างกันของแต่ละช่วงค่าเรย์โนลด์ อย่างไรก็ตามในงานวิจัยอื่นส่วนใหญ่แล้วยังไม่นิยมดำเนินงานวิจัยโดยสหสัมพันธ์นี้ เนื่องจากขาดการวิเคราะห์ถึงผลของพฤติกรรมการไหลในเชิงกายภาพ เช่น การพา การฟุ้งกระจาย หรือ ผลของความดันที่กระทำกับวัตถุทรงกลม

Li and Gao (2018) ได้ทำการศึกษาเชิงทดลองในสภาวะเรย์โนลด์ระดับกลางที่ 8,000 และทดสอบเมื่อ เมื่อตัวกลางเป็นลูกกอล์ฟที่มีความขรุขระที่ผิว 0.09D มีการหมุนจนถึงอัตราการหมุนไร้หน่วยสูงสุดที่ 6 การทดลองได้ใช้ load cell วัดสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้าน และติดตั้งระบบ particle image velocimetry system (PIV) เพื่อทำการวัดสนามความเร็วของน้ำทำให้ได้ข้อมูลของกระแสสวนหลังทรงกลม ซึ่งใช้เป็นข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการศึกษาโครงสร้างของของไหลที่เกิดขึ้นภายหลังไหลผ่านทรงกลมได้

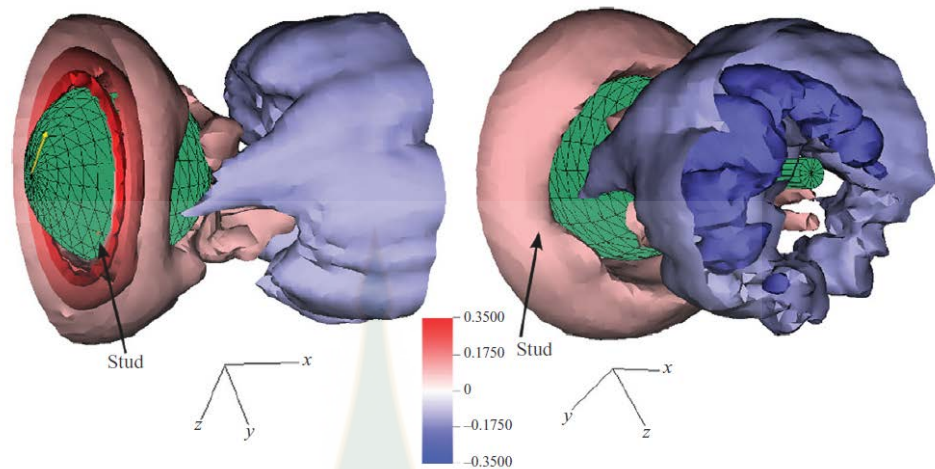
นอกจากนี้การทดลองวัดแรงกระทำกับทรงกลมของ Kim *et al.* (2013) ได้มีการแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่าพฤติกรรมการไหลผ่านทรงกลมที่เกิดขึ้นนั้นมืองค์ประกอบใน 3 มิติ เกิดขึ้นและผลอย่างมากทำให้สามารถวัดสัมประสิทธิ์แรงกระทำในทิศทางเดียวกับแกนการหมุนหรือด้านข้างหรือแนวแกน z และส่งผลให้พฤติกรรมการไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หยุดนิ่งไม่อยู่ในระนาบสมมาตรตามแนวขนานกับการเคลื่อนที่ทำให้เกิดขนาดของสัมประสิทธิ์แรงยกขึ้น ซึ่งถือเป็นหลักฐานที่สำคัญถึงการวิเคราะห์การไหลในสภาพ 3 มิติ เนื่องจากสภาพการไหลผ่านทรงกระบอกในสภาวะที่หยุดนิ่งจะได้สนามการไหลที่มีความสมมาตรและไม่เกิดแรงยกกับวัตถุขึ้น ดังภาพที่ 2.7 ประกอบกับงานวิจัยของ Norman, Kerrigan and McKeon (2011) ซึ่งให้เห็นว่าผลของแรงกระทำด้านข้างมีผลให้ลักษณะของแรงกระทำที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะไม่เป็นคาบที่สภาวะการหมุนไร้หน่วยที่ต่ำ ประกอบกับโครงสร้างกระแสสวนหลังทรงกระบอกมีลักษณะไร้รูปร่าง ซึ่งหลายลักษณะนี้เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากผลของแรงกระทำใน 3 มิติ ส่งผลให้เกิดความแตกต่างของสภาพการไหลเมื่อเทียบกับการไหลผ่านวัตถุทรงกระบอก ดังภาพที่ 2.8



ภาพที่ 2.7 แรงกระทำที่เกิดขึ้นในแต่ละแกนในระบบ 3 มิติ เมื่อวัตถุทรงกลมหมุนตัวรอบแกน z (Kim et al., 2013)



(ก)



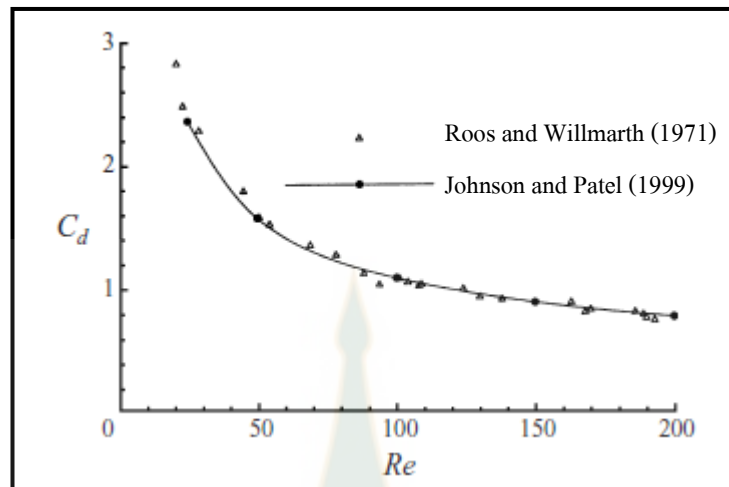
(ข)

ภาพที่ 2.8 ผลการไหลใน 3 มิติ สัญลักษณ์ (ก) ขนาดของแรงทุกทิศทางเทียบกับเวลา และ (ข) ภาพ mean vorticity isosurface ที่สภาวะเรย์โนลด์ 5×10^4 และอัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 0.15 (Norman et al., 2011)

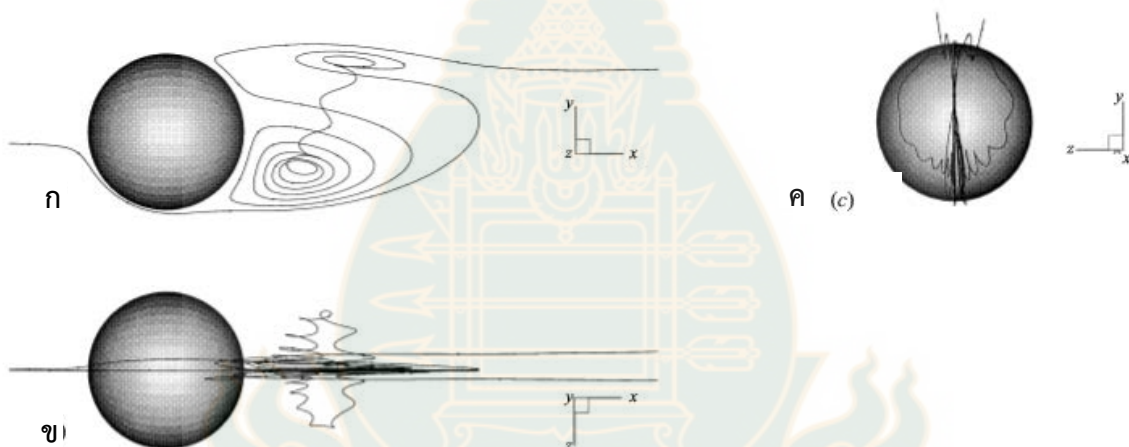
นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่นำสภาพการไหลผ่านวัตถุทรงกลมของของไหลไม่อัดตัวขยายผลไปสู่การนำไปใช้งานภายใต้เงื่อนไขอื่นโดยเฉพาะด้านอุปกรณ์กีฬา เช่น การวิเคราะห์ผลของอากาศพลศาสตร์กระทำกับลูกฟุตบอลที่มีลายผิวแบบ 14 ด้าน ของ Kray, Franke and Frank (2014) ที่สภาวะเรย์โนลด์สูงถึง 4.62×10^5 ซึ่งพฤติกรรมการไหลอาจมีความแตกต่างกับผลของทรงกลมผิวเกลี้ยง เป็นต้น

2.5 การวิเคราะห์การไหลผ่านวัตถุทรงกลมด้วยสมการการไหลรูปแบบต่างๆ

การศึกษาเชิงการคำนวณในสภาวะหยุดนิ่งของ Johnson and Patel (1999) ใช้สมการการไหลแบบราบเรียบหรือค่าเฉลี่ยนาเวียร์-สโตกส์ (Reynolds Averaged Navier-Stokes : RANS) ที่ค่าเรย์โนลด์ที่ 300 ซึ่งได้แสดงถึงค่าแรงต้านที่สูงของของไหลเมื่อเทียบกับสภาวะการไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่งที่เกิดขึ้นในช่วงเรย์โนลด์ที่สูงกว่าดังกล่าวถึงก่อนหน้าดังภาพที่ 2.9 และลักษณะโครงสร้างของของไหลที่เกิดขึ้นนั้นมีความไม่สมมาตรรอบแกนขนานกับทิศทางการไหลโดยเกิดจากผลในองค์ประกอบ 3 มิติ ทำให้เกิดแรงกระทำทุกทิศทางมีความไม่สมมาตรขึ้น ดังภาพที่ 2.10 ทั้งนี้ Johnson and Patel (1999) ยังให้ข้อมูลถึงสาเหตุความไม่สมมาตรที่เกิดขึ้นนี้ เป็นผลมาจากด้านระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาตัวแปรแบบไม่คงที่ด้วยวิธี Runge-Kutta อันดับ 4 ที่มีการเปลี่ยนทิศทางในการแก้ปัญหาเพื่อได้มาซึ่งคำตอบของตัวแปรไม่ทราบค่าขึ้น (sweep direction solver)



ภาพที่ 2.9 สัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะเรย์โนลด์ที่ต่ำโดยการศึกษาเชิงคำนวณ (Johnson & Patel, 1999)

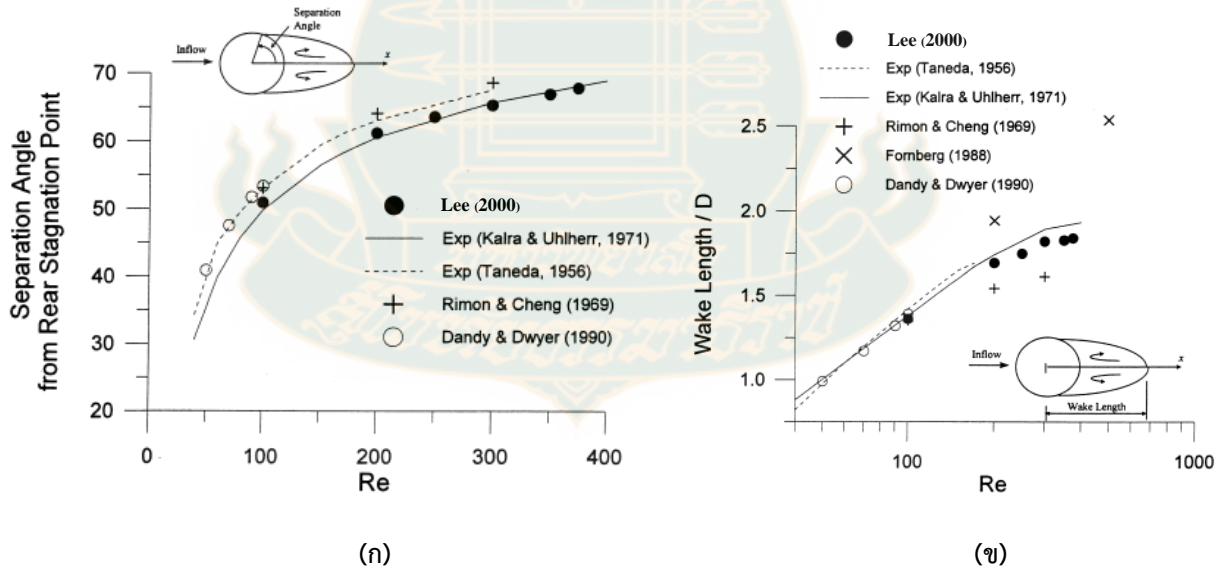


ภาพที่ 2.10 เส้นสายการไหลในระนาบ (ก) x-y (ข) x-z และ (ค) y-z เมื่อการไหลมีทิศทางขนานแกน x (Johnson & Patel, 1999)

Dobson, Ooi and Poon (2014) เป็นอีกกลุ่มนักวิจัยที่ศึกษาพฤติกรรมของของไหลที่สภาวะเรย์โนลด์เดียวกันแต่พิจารณาถึงผลของการหมุนของวงกลมที่ต่ำ ที่ค่าไร้นัยการหมุน (spin ratio) ระหว่าง 1.5-3 โดยใช้สมการการไหลแบบราบเรียบพิจารณา ซึ่งแสดงหลักฐานที่เป็นประโยชน์ว่าหากทรงกลมหมุนจะทำให้เกิดแรงยกที่มากขึ้นและแรงต้านจะน้อยลง อีกทั้งได้แสดงหลักฐานผลของการแผ่กระแสน้ำจากผิวก่อให้เกิดความไม่เสถียรในพื้นที่วิกฤตหลังวัตถุทรงกลมซึ่งสามารถวัดออกมาได้เป็นค่าการสั่นสะเทือนไร้นัย (strouhal number) เป็น 0.36 0.2 0.35 ณ.สภาวะอัตรา

การหมุนไร้หน่วยที่ 1.5 1.75-2.75 และ 3 ตามลำดับ ซึ่งกลุ่มนักวิจัยนี้ได้แสดงถึงแผนภาพ iso-surface และเส้นสายธารแห่งการไหลที่มีลักษณะการไหลแบบ 3 มิติและการปรับเปลี่ยนรูปทรงจากสมมาตรรอบแกนขนานกับการไหลของอากาศเป็นอสมมาตรตามแนวแกน และแสดงถึงการไหลปั่นป่วนมากขึ้นเนื่องจากความเค้นเฉือนระหว่างผิวทรงกลมกับอากาศและระหว่างชั้นของอากาศจะมีมากขึ้น ทำให้ระดับความไม่สมมาตรตามแนวแกนซึ่งขนานกับการไหลของอากาศมีความแตกต่างกันมากขึ้น ผลทำให้เกิดแรงยกที่มากขึ้นตาม

สำหรับงานวิจัยที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูงในปัจจุบันมีน้อยมาก เช่น Yen *et al.*, (2017) ได้ทำการศึกษาอากาศไหลปั่นป่วนที่สภาวะเรย์โนลด์ระหว่าง 70,000 - 600,000 ได้ให้ข้อมูลจากการศึกษาเชิงคำนวณของกระแสหลังทรงกลมโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป CFX-PRE แต่ไม่ได้ระบุสมการที่ใช้ (คาดการณ์ว่าเป็น Navier-Stokes equation) พบว่าขนาดของลมหมุนจะส่งผลให้เกิดการไร้เสถียรภาพและส่งผลต่อการควบคุมอากาศยานทรงกลมได้ และข้อมูลที่สำคัญของ Lee (2000) คือ การพิจารณาถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อค่าแรงต้านเนื่องจากอากาศที่ลดลงโดยสมการการไหลราบเรียบด้วยวิธี finite element คือ ตำแหน่งที่เลเยอร์การไหลได้แยกตัวออกจากผิวของทรงกลม (separation flow : θ_{sp}) ที่ช้า และขนาดของพื้นที่ลมหมุนที่ลดลงก็จะทำให้แรงต้านเนื่องจากอากาศลดลงด้วย ดังภาพที่ 2.11



ภาพที่ 2.11 ผลความแตกต่างของสัมประสิทธิ์แรงต้านส่งผลให้พฤติกรรมของขอบเขตการไหล (ก) ตำแหน่งการแยกตัว และ (ข) ขนาดของกระแสของเลเยอร์ ในแต่ละสภาวะเรย์โนลด์แตกต่างกัน

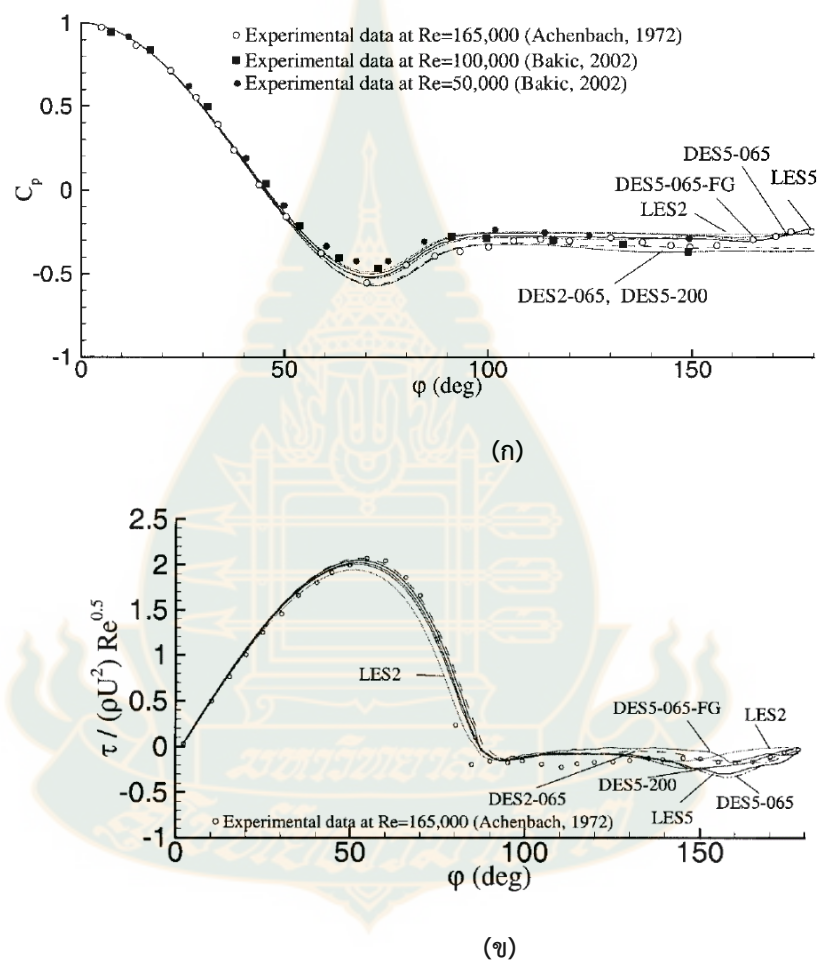
(Lee, 2000)

ซึ่งข้อมูลนี้ยังนำไปสู่การพิจารณาถึงสาเหตุที่การหมุนของทรงกลมทำให้เกิดแรงต้านของอากาศที่ลดลงได้ซึ่งมีความสอดคล้องกับการศึกษาเชิงคำนวณของ Sadikin *et al.* (2014) ที่พบว่ายิ่งสภาวะเรย์โนลด์ที่สูงจะส่งผลต่อการแยกตัวออกจากผิวทรงกลมที่เร็วขึ้นทำให้มีผลให้เกิดแรงต้านที่มากขึ้นเนื่องจากผลของความแตกต่างกันระหว่างความดันระหว่างพื้นผิว (ที่สภาวะเรย์โนลด์ที่ 100 เกิดมุมการแยกตัวที่ 143° และ ค่าเรย์โนลด์ที่ 500 เกิดมุมการแยกตัวที่ 111°) หรือการทดลองของ Achenbach (1972) ซึ่งข้อมูลจากการทดลองที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูงระหว่าง 50,000 – 600,000 เป็นประโยชน์ในการใช้สอบเทียบผลการศึกษเชิงคำนวณได้เป็นอย่างดี โดย Achenbach (1972) ได้แสดงผลถึงค่าแรงต้านที่ช่วงเรย์โนลด์ต่างๆ ตั้งแต่ ช่วงไหลราบเรียบ (laminar) ช่วงการปรับตัว (Transition Re) ช่วงความปั่นป่วนระดับกลางก่อนวิกฤติ (Intermediate Re) ช่วงวิกฤติ (Critical Re) ช่วงไหลปั่นป่วนเหนือช่วงวิกฤติ (Super-Critical Re) แต่ละช่วงจะให้ค่าแรงต้านที่แตกต่างกันอันเนื่องมาจากลักษณะขอบเขตเลเยอร์และลมหมุนที่ต่างกัน

จากพื้นฐานข้อมูลนี้ทำให้ Kim, D and Choi, H. (2002) ได้นำไปสู่การศึกษาเชิงคำนวณด้วยระเบียบวิธี Immersed boundary method ในการแก้ปัญหาสมการการไหลแบบไม่คงตัวของ the Navier-Stokes Equation ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับโมเมนตัมและแรงที่กระทำกับผิวของทรงกลม นำไปสู่การคาดการณ์ถึงอิทธิพลของขนาดโครงสร้างของลมหมุนหลังทรงกลมกับค่าแรงต้านในสภาวะที่เกิดการหมุนที่ค่าไรหน่วยการหมุน (Spin Ratio) ระหว่าง 0-1 และค่าเรย์โนลด์ระดับกลางตั้งแต่ 100 – 300 โดยข้อมูลที่สำคัญในงานวิจัยนี้พบว่าค่าความถี่ไรหน่วย (Strouhal number) จะอยู่ที่ประมาณ 0.13 โดยสามารถนำไปใช้ในการสอบเทียบงานวิจัยในปัจจุบันได้ นอกจากนี้กลุ่มนักวิจัยยังสามารถค้นพบช่วง transition flow ที่ค่าไรหน่วยการหมุนอยู่ที่ประมาณ 0.5 ที่ทำให้โครงสร้างของลมหมุนไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นการวิเคราะห์สามารถทำการพิจารณาในสภาวะคงตัวได้จากวิธีการเชิงคำนวณข้างต้นทั้งหมดนี้จะเป็นการพิจารณาตัวแปรการไหลแบบเฉลี่ยซึ่งให้ข้อมูลหรือรายละเอียดที่แม่นยำในระดับหนึ่งและประหยัดทรัพยากรการประมวลผล ซึ่งในความเป็นจริงแล้วตัวแปรการไหลจะมีองค์ประกอบจากเทอมสถานะเฉลี่ย ($\bar{\varphi}$) กับเทอมกวัดแกว่ง (φ') และผลของพฤติกรรมอื่นๆ ที่เกิดขึ้นตามเวลา ($\varphi(t)$) เช่น การแผ่ของกระแสวน เข้ามาเกี่ยวข้องทำให้เกิดงานวิจัยที่มีวิธีการวิเคราะห์เพื่อพิจารณาถึงสภาวะที่เกิดขึ้นจริง

สำหรับการศึกษเชิงคำนวณที่ใช้วิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งรายละเอียดมากขึ้นนั้นจะมีการใช้วิธีการบนพื้นฐานของ the Large Eddy Simulation (LES) ที่มีการพิจารณาอนุภาคการไหลที่มีขนาดใหญ่และมีสมการกรองเพื่อพิจารณาอนุภาคขนาดเล็ก หรือวิธีการที่มีระดับการวิเคราะห์เพื่อพิจารณารายละเอียดของของไหลมากขึ้น คือ the Direct Numerical Simulation (DNS) ที่มีการพิจารณาทุกขนาดของอนุภาคการไหลทุกขนาด

Constantinescu and Squires (2003) ได้ทำการศึกษาการไหลผ่านวัตถุทรงในสภาวะหยุดนิ่งที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 ด้วยวิธี LES มีสมการการกรองเพื่อวิเคราะห์ผลของอนุภาคการไหลขนาดเล็กประกอบ (sub-grid scale) และ DES (detached eddy simulation) ที่มีการผสมผสานการวิเคราะห์ทั้งระหว่าง LES และ RANS พบว่าพฤติกรรมกรไหลต่างๆ มีความใกล้เคียงกับการทดลองมาก เช่นการวัดการกระจายตัวของความดันและแรงเฉือนผิวรอบทรงกลมที่ระนาบ $\theta = 0^\circ$ (ระนาบแกนขนานกับทิศทางการไหล) ในระบบ (ρ, θ, ϕ) ตามเส้นรอบวง ดังภาพที่ 2.12



ภาพที่ 2.12 การวิเคราะห์การกระจายตัวรอบเส้นรอบวงของทรงกลมด้วยวิธี LES และ DES ที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 (Constantinescu & Squires, 2003)

Gushchin, Kostomarov, and Matyushin (2004) ใช้วิธีการวิเคราะห์แบบ directed numerical method ซึ่งถือได้ว่าเป็นวิธีพิจารณาของไหลพลศาสตร์ที่ให้รายละเอียดและใช้เวลาในการวิเคราะห์มากที่สุด กลุ่มนักวิจัยนี้พบว่าที่ค่าเรย์โนลด์เท่ากับ 300 และ 500 โครงสร้างของลมหมุนหลังทรงกลมมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาและมีโครงสร้างในลักษณะ 3 มิติ แต่งานวิจัยนี้ยังไม่ได้แสดง

ถึงขนาดของแรงที่กระทำและเกิดขึ้นซึ่งส่งผลต่อค่าอากาศพลศาสตร์ที่สำคัญ คือ แรงยกแรงต้าน นอกจากนี้ Giacobello, M., Ooi, A., and Balachandar, S. (2009) ยังได้ทำการศึกษาเชิงคำนวณในช่วงการไหลเดียวกันแต่ใช้วิธีการประมาณค่าตัวแปรไม่ทราบค่า (discretization) ด้วยวิธี Chebyshev spectral collocation method (การทำกรงวางน้ำหนักสำหรับการประมาณในช่วง) ซึ่งให้รายละเอียดทั้งโครงสร้างเลเยอร์ที่แม่นยำขึ้น เช่น ขนาดความยาวของลมหมุน ตำแหน่งการเริ่มแยกตัวและการแตกของขอบเขตเลเยอร์การไหล รวมถึงโครงสร้างของเส้นสายธารแห่งการไหลใน 2 และ 3 มิติ ซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่สำคัญในการศึกษาโครงสร้างการไหลในสภาวะการไหลที่ปั่นป่วนหรือค่าเรย์โนลด์หรือค่าไร้นหน่วยการหมุนที่สูงขึ้นได้

จากวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องเบื้องต้นพบว่าพฤติกรรมอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านวัตถุทรงกลมในช่วงสภาวะเรย์โนลด์ที่มากกว่า 150 ซึ่งโครงสร้างของเลเยอร์การไหลรอบผิววัตถุทรงกลมหยุดนิ่งมีการแผ่ขยายของกระแสสวนออกเป็นแนวจากผิววัตถุและแผ่ขยายสลับเป็นรอบกันจากผิววัตถุ จึงพบโครงสร้างที่แปรเปลี่ยนตามเวลาซึ่งการประมาณค่าในช่วงต้องคำนึงถึงสภาวะที่ไม่คงตัวและลักษณะโครงสร้างจะมีลักษณะ 3 มิติ ซึ่งเกิดจากลักษณะเลเยอร์ที่ผิวทรงกลมและลมหมุน ซึ่งการวิเคราะห์เชิงคำนวณนี้จะสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์พฤติกรรมอื่น เช่น การวิเคราะห์การแยกและแตกของเลเยอร์ที่บริเวณผิวจากแผนภาพแรงเสียดทานที่ผิว และการวิเคราะห์บริเวณที่มีการเชื่อมกันระหว่างเลเยอร์ได้ ตลอดจนขยายขอบเขตงานวิจัยไปสู่กรณีการไหลผ่านที่สภาวะเรย์โนลด์และตัวแปรไร้นหน่วยของการหมุนที่สูงขึ้นในรูปแบบทรงเรขาคณิตอื่นๆได้ เช่น Aoki & Ito (2001) ได้ทำการศึกษาเชิงทดลองและเชิงคำนวณถึงพฤติกรรมการไหลผ่านทรงกระบอกที่สภาวะเรย์โนลด์ 130,000 และค่าการหมุนที่ตัวแปรไร้นหน่วยระหว่าง 0-1 ซึ่งงานวิจัยในรูปแบบทรงกระบอกนี้สามารถพัฒนาต่อจากงานวิจัยพื้นฐานทรงกลมที่มีความซับซ้อนของสนามการคำนวณที่มากกว่าได้